

Energieoptimierung von Kläranlagen dank akustischer Analyse

Professur für Siedlungswasserwirtschaft, ETH Zürich

Bachelorarbeit Frühlingssemester 2014

Dominik Boller

30. Mai 2014

Leitung:	Prof. Dr. Eberhard Morgenroth
Betreuung:	Sara Engelhard
Co-Betreuung:	Christian Thürlimann (EAWAG) Dr. Kris Villez (EAWAG) Dr. David Dürrenmatt (Rittmeyer AG)



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Eigenständigkeitserklärung

Die unterzeichnete Eigenständigkeitserklärung ist Bestandteil jeder während des Studiums verfassten Semester-, Bachelor- und Master-Arbeit oder anderen Abschlussarbeit (auch der jeweils elektronischen Version).

Die Dozentinnen und Dozenten können auch für andere bei ihnen verfasste schriftliche Arbeiten eine Eigenständigkeitserklärung verlangen.

Ich bestätige, die vorliegende Arbeit selbständig und in eigenen Worten verfasst zu haben. Davon ausgenommen sind sprachliche und inhaltliche Korrekturvorschläge durch die Betreuer und Betreuerinnen der Arbeit.

Titel der Arbeit (in Druckschrift):

Energieoptimierung von Kläranlagen dank akustischer Analyse

Verfasst von (in Druckschrift):

Bei Gruppenarbeiten sind die Namen aller Verfasserinnen und Verfasser erforderlich.

Name(n):

Boller

Vorname(n):

Dominik

Ich bestätige mit meiner Unterschrift:

- Ich habe keine im Merkblatt „[Zitier-Knigge](#)“ beschriebene Form des Plagiats begangen.
- Ich habe alle Methoden, Daten und Arbeitsabläufe wahrheitsgetreu dokumentiert.
- Ich habe keine Daten manipuliert.
- Ich habe alle Personen erwähnt, welche die Arbeit wesentlich unterstützt haben.

Ich nehme zur Kenntnis, dass die Arbeit mit elektronischen Hilfsmitteln auf Plagiate überprüft werden kann.

Ort, Datum

Zürich, 30. Mai 2014

Unterschrift(en)

Dominik Boller

Bei Gruppenarbeiten sind die Namen aller Verfasserinnen und Verfasser erforderlich. Durch die Unterschriften bürgen sie gemeinsam für den gesamten Inhalt dieser schriftlichen Arbeit.

Zusammenfassung

Die Belüftung einer Kläranlage verursacht über die Hälfte ihres gesamten Energieverbrauchs. Eine Optimierung der Belüftung ist durch eine ständige Überwachung des Lufteintrages in das Belebungsbecken möglich. Dazu sollen robuste Hydrophone mit geringem Wartungsaufwand als Sensoren verwendet werden. Dies erfordert eine Quantifizierung des Lufteintrags aus kontinuierlich aufgenommenen Audioaufnahmen.

Zur Analyse der Audioaufnahmen wurde unter Anwendung der Fourier-Transformation deren Amplituden-Spektren betrachtet. Aus Frequenzbändern gewonnene Kennwerte charakterisieren das jeweilige Amplituden-Spektrum. Diese Kennwerte zusammen mit dem Luftdurchsatz des Prozessleitsystems dienen mittels Lasso-Methode der Erzeugung von Regressionsmatrixen, welche zur Erstellung von Modellen verwendet werden. Die Modelle werden je nach ihrer gewählten Breite des Frequenzbandes unterschiedlich gut kalibriert. Der Korrelationskoeffizient zwischen dem erstellten Modell und dem Luftdurchsatz beträgt 0.84 für das Modell mit 24'000 Hz Frequenzbandbreite bzw. 1.00 für das Modell mit 10 Hz Frequenzbandbreite. Trotz einer besseren Kalibrierung bei Modellen mit kleineren Frequenzbandbreiten wird keine bessere Validierung erreicht, da sie sensibler auf Störeinflüsse reagieren. Für das auf 24'000 Hz beruhende Modell der Validierung wird ein Korrelationskoeffizient bezüglich des Luftdurchsatzes von 0.86 erreicht, demgegenüber hat das auf 10 Hz beruhende Modell der Validierung einen von 0.82. Die Modelle weisen die gleiche Tendenz wie der Tagesgang des Luftdurchsatzes auf, aber weichen zickzackartig von dessen Verlauf ab. Durch Anwenden eines Filters könnte allenfalls dieser Störung entgegengewirkt werden.

In der Arbeit konnte gezeigt werden, dass die Methode zur Entwicklung der Modelle unabhängig von den Reaktoren funktioniert. Aufgrund von reaktorspezifischen Eigenschaften wie die Beckengeometrie ist stets eine neue Kalibrierung für jeden Reaktor notwendig. Als Folge davon muss anhand einer weiteren Messung der Luftdurchsatz bestimmt werden, was bei einer möglichen Umsetzung in der Praxis ein Hindernis darstellen könnte. Zur Verbesserung der Modelle ist der Prozess der Schallerzeugung durch den Lufteintrag, wie er beeinflusst wird und wie viel davon vom Hydrophon aufgezeichnet wird, genauer zu untersuchen. Ausserdem ist es unklar, ob die Modelle den gesamten Reaktor repräsentieren oder vorwiegend lokal agieren.

Die akustische Kulisse von Reaktoren kann als möglicher Indikator des Luftdurchsatzes dienen.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Methoden	2
2.1. Luftdurchsatz des Prozessleitsystems	3
2.2. Audioaufnahmen	3
2.2.1. Reprocessing der Audioaufnahmen	4
2.2.2. Amplituden-Spektrum	5
2.2.3. Frequenzbänder	7
2.3. Modellierung	8
3. Ergebnisse	10
3.1. Modelle für Reaktor 5	10
3.2. Modelle für Reaktor 3	12
3.3. Anwendung der Modelle des Reaktors 5 auf Reaktor 3	13
3.4. Glättung der Modelle für Reaktor 5	15
4. Diskussion	16
4.1. Exaktheit der Modelle	16
4.2. Übertragbarkeit der Methode zur Entwicklung der Modelle	16
4.3. Notwendigkeit der Kalibrierung einzelner Reaktoren	17
4.4. Glättung der Modelle	17
4.5. Praxistauglichkeit	18
5. Schlussfolgerung und Ausblick	19
A. Anhang	a
A.1. Methoden	a
A.2. Ergebnisse	b

1. Einleitung

In einem Belebungsbecken der Kläranlage finden die zwei Hauptprozesse, aerober Abbau organischer Substanzen und Nitrifikation, statt. Beim aeroben Abbau mineralisieren Mikroorganismen einen Teil der organischen Stoffe zu Kohlendioxid CO_2 und Wasser H_2O , der Rest wird in Biomasse eingebaut und trägt somit zu deren Wachstum bei. Während der Nitrifikation wird Ammonium NH_4^+ zu Nitrat NO_3^- oxidiert. Beide diese Prozesse verbrauchen grosse Mengen an gelöstem Sauerstoff, der ins System eingetragen werden muss. So wird zum Abbau von 1 $kgBSB_5$ etwa 1 kgO_2 benötigt, dessen Eintrag durch Blasenbelüftung etwa 0.5 bis 1 kWh verbraucht [Gujer, 2007]. Die Belüftung ist verantwortlich für 50 bis 65% des Energieverbrauchs einer Kläranlage [EPA, 1999], daher trägt eine optimale Belüftung zu deren Energieoptimierung bei.

Feinporige Diffusoren, welche zur Blasenbelüftung verwendet werden, sind effizient bei niedrigen Luftdurchsätzen. Demnach ist eine exakte Verteilung der Luft für sie besonders relevant. Durch allfälligen biologischen Bewuchs und chemische Ausfällungen kann es zu einer Verschlechterung des Sauerstoff-Transferkoeffizientens sowie zu hohem Druckabfall kommen. Dieser Druckabfall kann eine ungleichmässige Verteilung der Luft bewirken, was die Effizienz des Belüftungsprozesses beeinträchtigt. Durch Regulierung wird versucht, diesen Prozess der Belüftung zu optimieren. Dazu sind kontinuierliche Messungen einzelner Parameter, einer davon die quantitative Verteilung der Luft, notwendig. Diese kann aufgrund von Luftkollektorklösungen und reaktortechnischen Abstufungen praktisch nicht exakt bestimmt werden. Die zur Bestimmung benötigte Messtechnik soll den harschen Bedingungen des Abwassers gerecht werden. Deshalb eignen sich in situ Messungen mit einem Hydrophon, das sich durch Robustheit und niedrigen Wartungsaufwand auszeichnet. Die durch das Hydrophon aufgenommenen Audioaufnahmen werden aufbereitet und deren Amplituden-Spektrum betrachtet. Daraus werden spezifische Kennwerte herausgelesen, welche mit der Luftzufuhr in das Belebungsbecken zum Zeitpunkt der Audioaufnahme verglichen werden. Dies dient der Erstellung eines Modells, das die Luftzufuhr anhand der Kennwerte bestimmt. Diese Methode, der Analyse der akustischen Kulisse ist im Bereich Abwasser neuartig.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, eine Methode zu entwickeln, mit der die akustische Kulisse belüfter Reaktoren anhand regelmässig aufgenommener Audioaufnahmen automatisiert und quantitativ beurteilt werden kann. Die Übertragbarkeit der Methode zur Erstellung des Modells soll überprüft und deren Praxistauglichkeit beurteilt werden.

2. Methoden

Als Datenquelle stehen im Abstand von zehn Minuten aufgenommene, einminütige Audioaufnahmen zur Verfügung. Die Aufnahmen stammen von einem Hydrophon der Firma Brüel & Kjør des Typs 8103, das im Belebungsbecken nahe an der Oberfläche montiert wurde. Es wurden zwei Messreihen im Belebungsbecken 2 durchgeführt. Eine längere Messreihe im Reaktor 5 des Belebungsbeckens 2 beginnt am 4. Dezember 2013, 00:08:00, und endet am 8. Dezember 2013, 23:58:00, eine kürzere Messreihe im Reaktor 3 desselben Beckens, aufgenommen am 9. Dezember 2013 von 11:08:00 bis 16:28:00. Zudem sind die Daten des Luftdurchsatzes in einminütiger Auflösung aus dem Prozessleitsystem der ARA Hard bekannt.

Ein genereller Überblick über die Audiodateien wird durch die Open-Source Software Audacity erreicht. Die anschließende Bearbeitung und Analyse der Daten erfolgt in MATLAB. Die geschriebenen MATLAB-Codes befinden sich auf dem dieser Arbeit beigelegten Speichermedium.

Um die Audioaufnahmen mit den Daten des Prozessleitsystems zu verknüpfen, wird nach dem in Abbildung 2.1 dargestellten Schema vorgegangen.

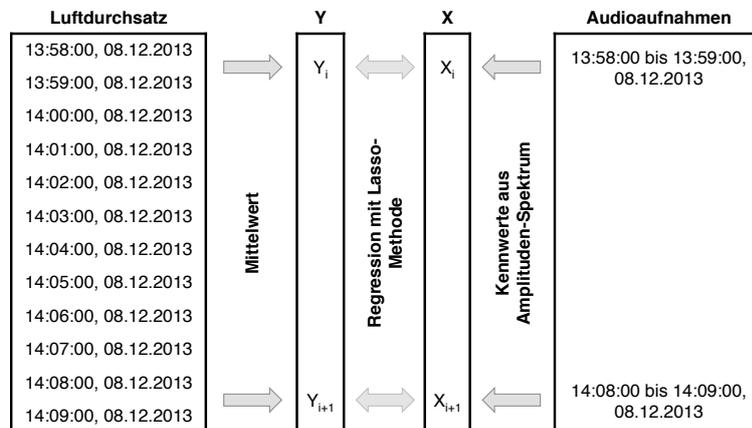


Abbildung 2.1.: Ausschnitt aus der Messreihe, um das Vorgehen zur Verknüpfung der Daten des Prozessleitsystems und der Audioaufnahmen des Hydrophons zu zeigen.

Der Luftdurchsatz aus dem Prozessleitsystem wird durch eine Mittelwertbildung der Werte zu Beginn und Ende der Audioaufnahme zum Kennwert Y aufbereitet. Von den Audioaufnahmen wird das Amplituden-Spektrum betrachtet, woraus Kennwerte X gebildet werden. Anschliessend wird eine Beziehung zwischen den Werten X und Y gesucht und, falls möglich, genauer definiert.

Dabei werden die Daten der längeren Messreihe von Reaktor 5 verwendet. Die Daten der kürzeren Messreihe von Reaktor 3 dienen zur späteren Überprüfung, ob die Methode zur Erstellung der Modelle auch auf andere Reaktoren anwendbar ist. Abschliessend wird abgeklärt, ob für jeden Reaktor eine neue Kalibrierung notwendig ist.

2.1. Luftdurchsatz des Prozessleitsystems

Die Daten für den Luftdurchsatz des Prozessleitsystems der Kläranlage werden als exakt angenommen und werden zur Kalibrierung des Modells verwendet. Aus den Messwerten des Luftdurchsatzes zu Beginn und Ende der Audioaufnahme wird ein Mittelwert gebildet, der als Kennwert Y dient.

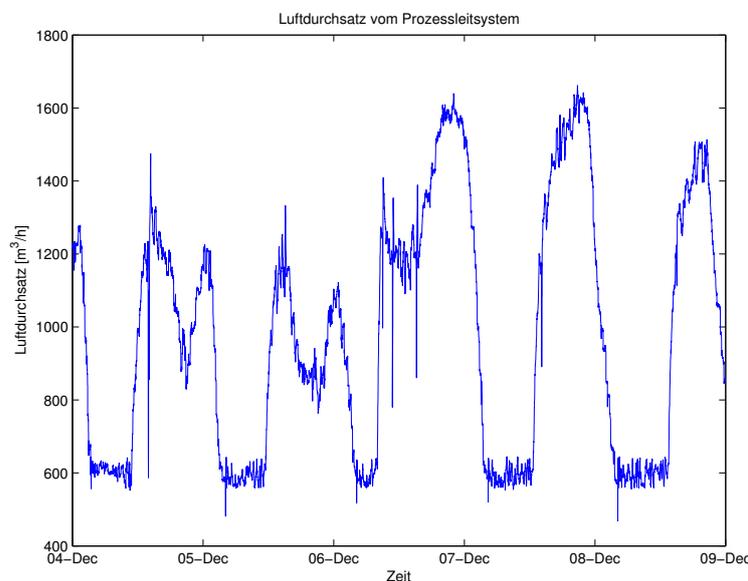


Abbildung 2.2.: Luftdurchsatz des Prozessleitsystems für den Reaktor 5 des Belebungsbeckens 2 während des Zeitraums aller erfassten Audioaufnahmen.

2.2. Audioaufnahmen

Die Audioaufnahme eines Hydrophons zu einem spezifischen Zeitpunkt der Aufnahme ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Zeitweise trifft eine Luftblase direkt auf das Hydrophon, was einen abrupten Ausreisser im zeitlichen Amplitudenverlauf verursacht. Dies kann bei der Auswertung zu einer möglichen Störung führen. Mit einem Reprocessing der Audioaufnahmen wird versucht, diese Ausreisser zu entfernen.

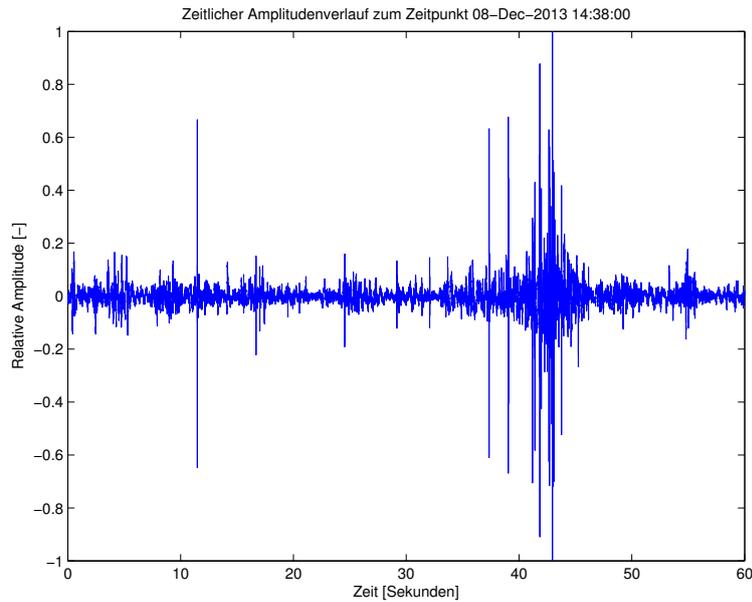


Abbildung 2.3.: Audioaufnahme zum Zeitpunkt 14:38:00, 8. Dezember 2013, ist als .wav-Datei mit Abtastrate 48'000 Hz vorhanden. Die eingelesene Audiodatei zeigt den zeitlichen Verlauf der relativen Amplitude.

2.2.1. Reprocessing der Audioaufnahmen

Anhand eines Reprocessings der Audioaufnahmen werden die Ausreisser, wie zum Beispiel jener bei zwölf Sekunden in Abbildung 2.3, entfernt. Der Algorithmus für das Reprocessing beruht auf der Annahme, dass das direkte Auftreffen einer Luftblase auf das Hydrophon in sehr kurzer Zeit eine starke Veränderung im *Amplitudenverlauf* y verursacht. Folglich wird die *Ableitung des Amplitudenverlaufs nach der Zeit* $\frac{dy}{dt}$ hergeleitet. Da der Amplitudenverlauf abwechselnd sowohl positiv wie auch negativ ist, weist auch $\frac{dy}{dt}$ positive und negative Werte auf. Zur Vereinfachung wird der *Betrag des Amplitudenverlaufs abgeleitet nach der Zeit* $|\frac{dy}{dt}|$ betrachtet.

Ob es sich beim Grenzwert um einen Ausreisser handelt oder nicht, wird durch Betrachten des $|\frac{dy}{dt}|$ einer spezifischen Audioaufnahme bestimmt. Hierbei wird ein Zeitintervall, während welchem keine Luftblase direkt auf das Hydrophon trifft, ausgewählt, wodurch alle sich in diesem Intervall befindenden Werte frei von Störeinflüssen der Ausreisser sind. Daher wird der Grenzwert als maximaler Wert innerhalb des gewählten Zeitintervalls definiert (Abbildung A.1). Dieser für eine spezifische Audioaufnahme bestimmte Grenzwert wird für das Reprocessing aller Audioaufnahmen verwendet.

Wie erläutert wurde, dient der definierte Grenzwert dem Algorithmus zur Identifikation von Ausreissern. Der Algorithmus entfernt die Ausreisser durch Interpolation des *Amplitudenverlaufs* y . Die Interpolation der Werte $y(m)$ bis $y(m + k)$ erfolgt durch Zuweisen des Werts vor einer Überschreitung $y(m - 1)$. In Abbildung 2.4 sind eine ursprüngliche Audioaufnahme und dieselbe reprocessed Audioaufnahme dargestellt.

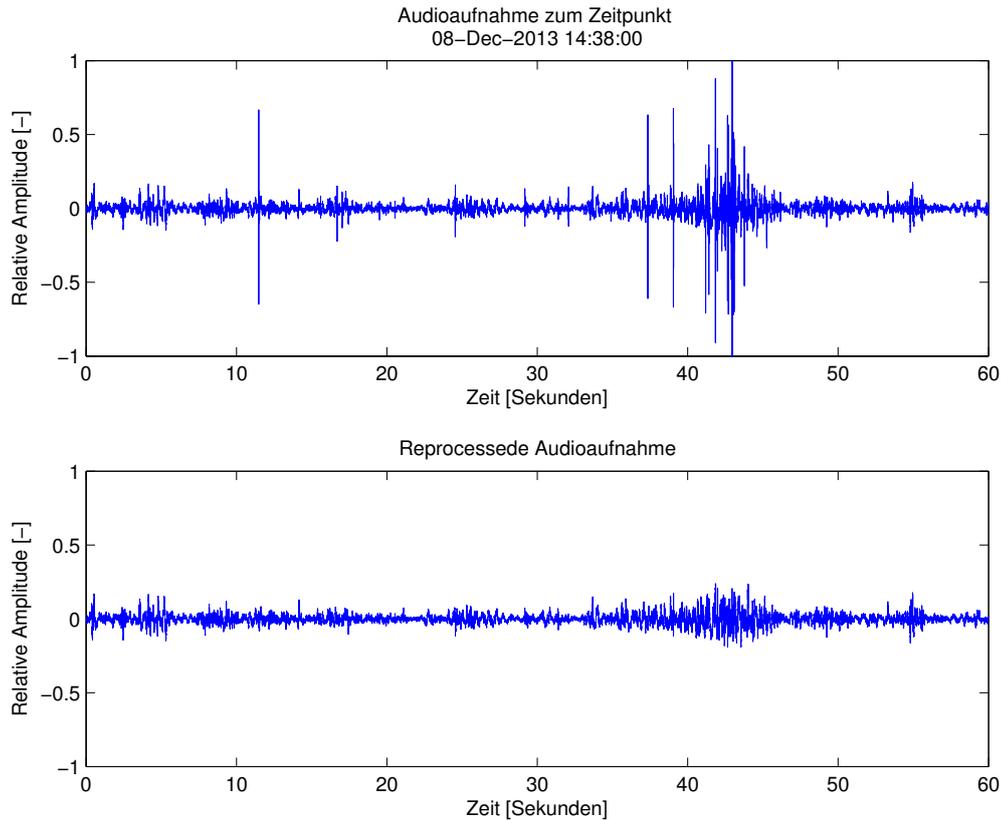


Abbildung 2.4.: *Oben:* Audioaufnahme zum Zeitpunkt 14:38:00, 9. Dezember 2013. Bei ca. zwölf Sekunden trifft eine Luftblase direkt auf das Hydrophon und verursacht einen abrupten Ausreisser im Amplitudengang. *Unten:* Reprocessede Audioaufnahme zum gleichen Zeitpunkt ohne Ausreisser.

Da durch das Reprocessing viele Informationen im Amplituden-Spektrum verloren gehen (Abbildung 2.6), wird in der Arbeit komplett darauf verzichtet.

2.2.2. Amplituden-Spektrum

Zur akustischen Analyse der Audioaufnahmen wird eine Frequenzanalyse durchgeführt. Das dabei entstehende *Frequenzspektrum* F selbst ist komplex und setzt sich zusammen aus dem Betrag $|F|$, genannt *Amplituden-Spektrum*, und einem Phasenwinkel $\arg(F)$, genannt *Phasenspektrum*. Im Folgenden soll nur das Amplituden-Spektrum betrachtet werden.

Die Fourier-Transformation wird auf eine Audioaufnahme angewandt, um deren *Frequenzspektrum* F zu erhalten. Aus jener kann durch Bildung des Betrags das jeweilige *Amplituden-Spektrum* $|F|$ ermittelt werden. Die Fourier-Transformation selbst beruht auf der Fourier-Reihe (2.1). Diese ermöglicht die Zerlegung eines Signals $f(t)$, in diesem Fall die jeweilige Audioaufnahme, in seine harmonischen Bestandteile. Dabei handelt es sich um die Grundschiwingung mit Kreisfrequenz ω_0 und die harmonischen Oberschwingungen mit ganzzahligen Vielfachen $2\omega_0$, $3\omega_0$, etc. Anhand

der komplexen Schreibweise der Fourier-Reihe ist die Ähnlichkeit zur Fourier-Transformation (2.3) ersichtlich. Zusätzlich zur Zerlegung des zeitabhängigen Signals $f(t)$ in seine harmonischen Bestandteile ermöglicht die Fourier-Transformation einen Wechsel der Betrachtung der Anteile von der Zeit-Domäne zu jener der Frequenz-Domäne (Abbildung 2.5).

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{i\omega_k t}, \quad \omega_k = \frac{2\pi k}{T} \quad (2.1)$$

Fourier-Koeffizienten

$$C_k = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega_k t} dt \quad \text{mit } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.2)$$

Fourier-Transformation

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.3)$$

Anhand der Beziehung $\omega = 2\pi\nu$ erfolgt der einfache Wechsel von der *Kreisfrequenz* [s^{-1}] auf die übliche *Frequenz* ν [Hz]. Die aufgelisteten Formeln stammen aus dem Buch [Butz, 2006].

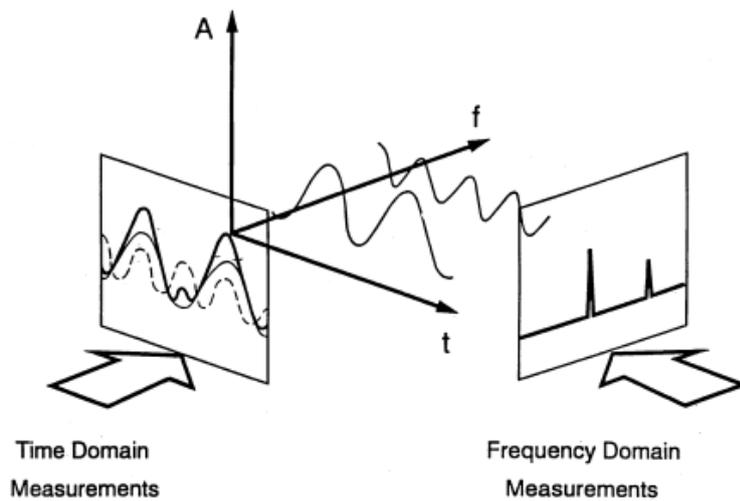


Abbildung 2.5.: Bei der Anwendung der Fourier-Transformation auf eine Audioaufnahme wird diese in ihre harmonischen Bestandteile zerlegt. Es wird deren Anteil bezüglich der Frequenz statt der Zeit veranschaulicht. Bildquelle: [White, 1997].

Die Nyquist-Frequenz ist gleich der halben Abtastfrequenz. Diese Grenze muss eingehalten werden, damit keine Alias-Effekte, d.h. nicht lineare Verzerrungen, entstehen [Shin and Hammond, 2008]. Da die .wav-Dateien eine Abtastfrequenz von 48'000 Hz haben, wird eine Betrachtung eines Frequenzbereichs von bis zu 24'000 Hz ermöglicht. Die Amplituden-Spektren der in Abbildung 2.4

gezeigten Audioaufnahmen sind in Abbildung 2.6 dargestellt.

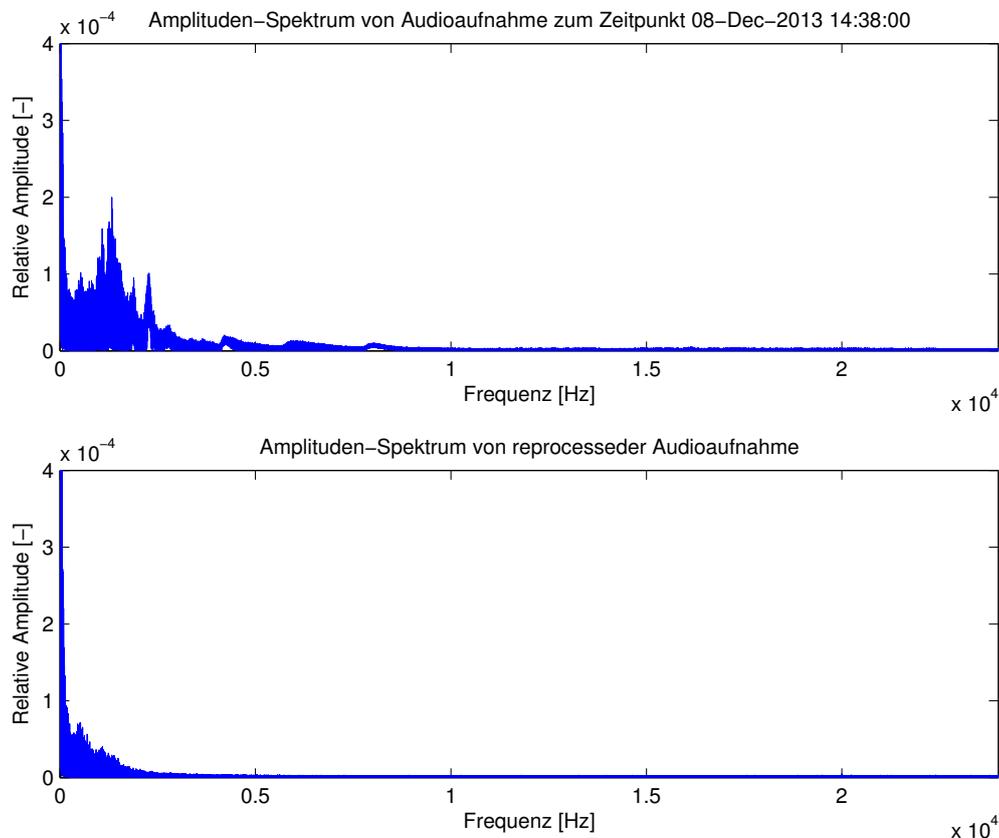


Abbildung 2.6.: *Oben:* Amplituden-Spektrum von Audioaufnahme zum Zeitpunkt 14:38:00, 9. Dezember 2013.
Unten: Amplituden-Spektrum von reprocesseder Audioaufnahme zum gleichen Zeitpunkt.

Die Durchführung einer Diskreten Fourier Transformation DFT erfolgt in MATLAB mithilfe der Funktion für die Fast Fourier Transformation FFT¹. Die FFT ist ein Algorithmus zur effizienten Berechnung einer DFT. Zur Orientierung bei der Implementierung des Codes für das Amplituden-Spektrum in MATLAB dient das Paper [Storey, 2002].

2.2.3. Frequenzbänder

Aus den erhaltenen Amplituden-Spektren sollen Kennwerte zum Vergleich mit den Werten des Luftdurchsatzes des Prozessleitsystems bestimmt werden. Die Kennwerte dienen zur stellvertretenden Charakterisierung des Amplituden-Spektrums. Dafür werden über den gesamten Frequenzbereich, d.h. von 0 bis 24'000 Hz, Frequenzbänder erstellt. Bei einer konstanten Frequenzbandbreite d , angegeben in Hz, ergibt sich eine totale Anzahl n an Frequenzbändern, wobei $n = \frac{24'000 \text{ Hz}}{d}$. Je kleiner die Frequenzbandbreite d gewählt wird, desto genauer ist die Approximation des Amplituden-Spektrums. Dies verursacht jedoch einen grösseren Rechenaufwand. Um diese Gegensätze besser

¹<http://www.mathworks.ch/ch/help/matlab/ref/fft.html>

abschätzen zu können, wird die Frequenzbandbreite variiert und es werden für verschiedene Frequenzbandbreiten (Tabelle A.1) Modelle bestimmt. Innerhalb jedes einzelnen Frequenzbandes wird ein Kennwert als Mittelwert aus dem Amplituden-Spektrum gebildet. Somit erhält man für eine n Anzahl an Frequenzbändern auch eine n Anzahl an Kennwerten x_1, x_1, \dots, x_n .

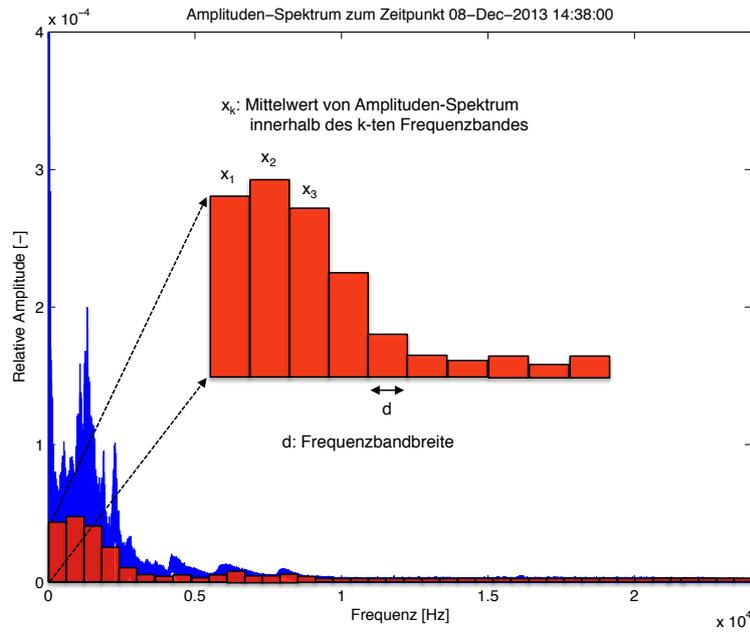


Abbildung 2.7.: Kennwertbildung für Amplituden-Spektrum anhand erzeugter Frequenzbänder. Die Frequenzbandbreite d ist konstant. Der Kennwert ist der jeweilige Mittelwert des Amplituden-Spektrums innerhalb eines Frequenzbandes. Diese Kennwerte charakterisieren das Amplituden-Spektrum stellvertretend.

2.3. Modellierung

Zunächst wird die gesamte Messreihe aufgeteilt. Der eine Teil der Daten wird zur Erstellung eines Modells genutzt, welches mit den Werten des Prozessleitsystems kalibriert wird, während der andere Teil der anschließenden Validierung des erstellten Modells dient.

Zur Erstellung eines Modells mit gewählter Frequenzbandbreite d betrachte man eine Matrix X_{kal} der Grösse $p \times n$, wobei p gleich der Anzahl an Audioaufnahmen ist, die zur Erstellung des Modells und dessen Kalibrierung verwendet werden. Aus der gewählten Frequenzbandbreite d resultiert eine Anzahl n an Frequenzbändern und somit an n Kennwerten. Die Matrix X_{kal} enthält für die gewählten Audioaufnahmen der Messreihe die jeweils berechneten Mittelwerte eines jeden Frequenzbandes, dabei sind $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ die Kennwerte der i -ten Audioaufnahme. Der Vektor Y_{kal} der Länge p repräsentiert die Werte des Luftdurchsatzes aus dem Prozessleitsystem der Kläranlage.

$$X_{kal} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n-1} & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n-1} & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in-1} & x_{in} \\ x_{i+11} & x_{i+12} & \dots & x_{i+1n-1} & x_{i+1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ x_{p-11} & x_{p-12} & \dots & x_{p-1n-1} & x_{p-1n} \\ x_{p1} & x_{p2} & \dots & x_{pn-1} & x_{pn} \end{pmatrix} \quad Y_{kal} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ y_{i+1} \\ \vdots \\ y_{p-1} \\ y_p \end{pmatrix}$$

Betrachte man nun ein lineares Regressionsproblem $Y_{kal} = X_{kal}B + E$, lässt sich mit der *Lasso-Methode* eine Lösung für die Regressionsmatrix B und die Residuen E finden. Die Lasso-Methode (2.4) ist eine Art Methode der kleinsten Quadrate, wobei die Summe der Koeffizienten der Regressionsmatrix einen definierten Wert c nicht übersteigen darf. Dies hat zur Folge, dass die weniger relevanten Parameter eliminiert werden. [Rasmussen and Bro, 2012]

$$\min(\|Y_{kal} - X_{kal}B\|_2^2) \quad \text{mit Bedingung } \|b\|_1 \leq c \quad (2.4)$$

Die Implementierung des Codes für die Lasso-Methode in MATLAB² erfolgt mit einer zehnfachen Kreuzvalidierung zur Bestimmung von λ . Es wird für die jeweiligen Parameter λ die Regressionsmatrix berechnet, dabei gilt je grösser λ , desto mehr Koeffizienten b werden Null gesetzt. Zur Vereinfachung wird das jeweils kleinste λ gewählt, was nicht optimal aber angesichts der gegebenen Rahmenbedingungen sinnvoll erscheint.

Durch Anwendung der Lasso-Methode auf die Matrix X_{kal} und den Vektor Y_{kal} erhält man eine Regressionsmatrix B ($n \times 1$). Anhand dieser Matrix B und dem y-Achsenschnittpunkt a der Regressionsgeraden lässt sich ein Kalibrierungsmodell M_{kal} ($p \times 1$) bestimmen, welches mit Y_{kal} kalibriert wurde. (2.5).

$$Y_{kal} \approx M_{kal} = a + X_{kal}B \quad (2.5)$$

Zur Validierung des erstellten Modells wird dieses auf den Rest der Audioaufnahmen, welche nicht zur Erstellung des Modells verwendet worden sind, angewandt. Das dabei erzeugte Validierungsmodell M_{val} wird mit den Werten des Luftdurchsatzes des Prozessleitsystems in Form des Vektor Y_{val} , verglichen (2.6).

$$Y_{val} \approx M_{val} = a + X_{val}B \quad (2.6)$$

Zur Beurteilung der Modelle wird der Pearsonsche Korrelationskoeffizient (A.1) zwischen dem Modell und den Daten des Prozessleitsystems betrachtet.

²<http://www.mathworks.ch/ch/help/stats/lasso.html>

3. Ergebnisse

Die vorhandenen Messreihen für den Reaktor 5 und den Reaktor 3 des Belebungsbeckens 2 werden in zwei Teile unterteilt. Der eine Teil der reaktorspezifischen Messreihe wird zur Erstellung und Kalibrierung von Modellen gemäss (2.5) verwendet. Anhand des Luftdurchsatzes des Prozessleitsystems wird die Kalibrierung der Modelle überprüft. Der restliche Teil der Messreihe wird zur Validierung des Modells bezüglich des Luftdurchsatzes genutzt (2.6).

Wie in Kapitel 2.2.3 erwähnt, kann die Anzahl der Frequenzbänder, die zur Erstellung der Modelle genutzt wird, variiert werden. Eine Gesamtübersicht der Modelle aller betrachteten Frequenzbandbreiten ist in Abbildung A.2 für die Kalibrierung und in Abbildung A.3 für die Validierung dargestellt. Folglich sollen zwei, auf sehr unterschiedliche Frequenzbandbreiten beruhende Modelle betrachtet werden. Einerseits ein Modell mit Frequenzbandbreite 24'000 Hz, was einem Frequenzband und somit nur einem Kennwert pro Amplituden-Spektrum entspricht. Andererseits wird ein Modell mit einer Frequenzbandbreite von 10 Hz gezeigt. Dieses weist pro Amplituden-Spektrum 2'400 Kennwerte auf.

Zur Beurteilung der Übereinstimmung des Modells und des Luftdurchsatzes des Prozessleitsystems wird jeweils der Pearsonsche Korrelationskoeffizient (A.1) angegeben.

3.1. Modelle für Reaktor 5

Die in Reaktor 5 des Belebungsbeckens 2 aufgenommenen Audioaufnahmen erstrecken sich vom 4. Dezember 2013, 00:08:00, bis 8. Dezember 2013, 23:58:00. Die ersten drei Tage der Messreihe werden zur Erstellung und Kalibrierung des Modells genutzt. Die restlichen zwei Tage dienen der Validierung der erstellten Modelle.

In Abbildung 3.1 sind das Kalibrierungs- und Validierungsmodell für eine Frequenzbandbreite von 24'000 Hz dargestellt. Das Kalibrierungsmodell weist einen Korrelationskoeffizienten von 0.84 auf, das Modell zur Validierung hingegen hat einen Korrelationskoeffizienten von 0.86. Für die Modelle bezüglich einer Frequenzbandbreite von 10 Hz in Abbildung 3.2 ergeben sich die Korrelationskoeffizienten von 1.00 für das Kalibrierungs- und 0.82 für das Validierungsmodell.

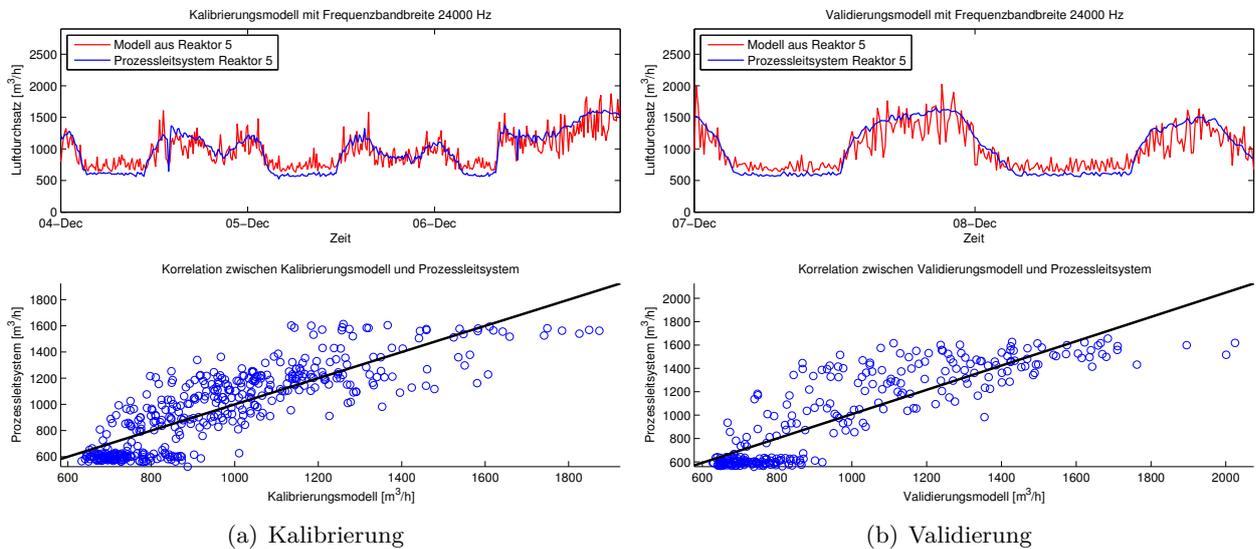


Abbildung 3.1.: 24'000 Hz Frequenzbandbreite dienend zur Erstellung der Modelle, beruhend auf den Daten des Reaktors 5 und angewandt auf Reaktor 5. Das Kalibrierungs- bzw. Validierungsmodell hat einen Korrelationskoeffizienten von 0.84 bzw. 0.86.

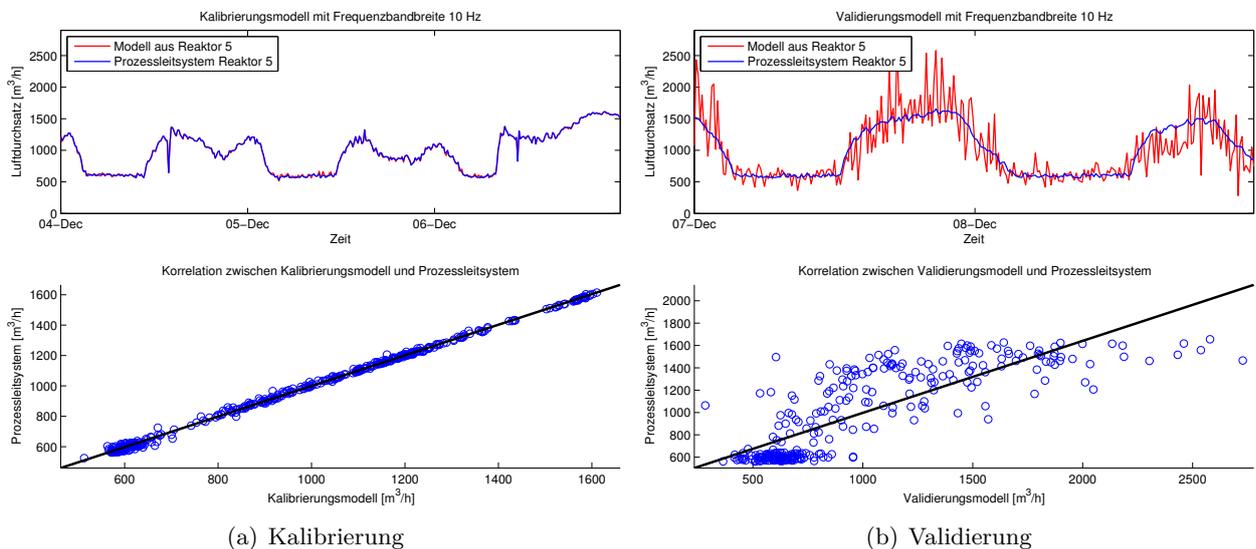
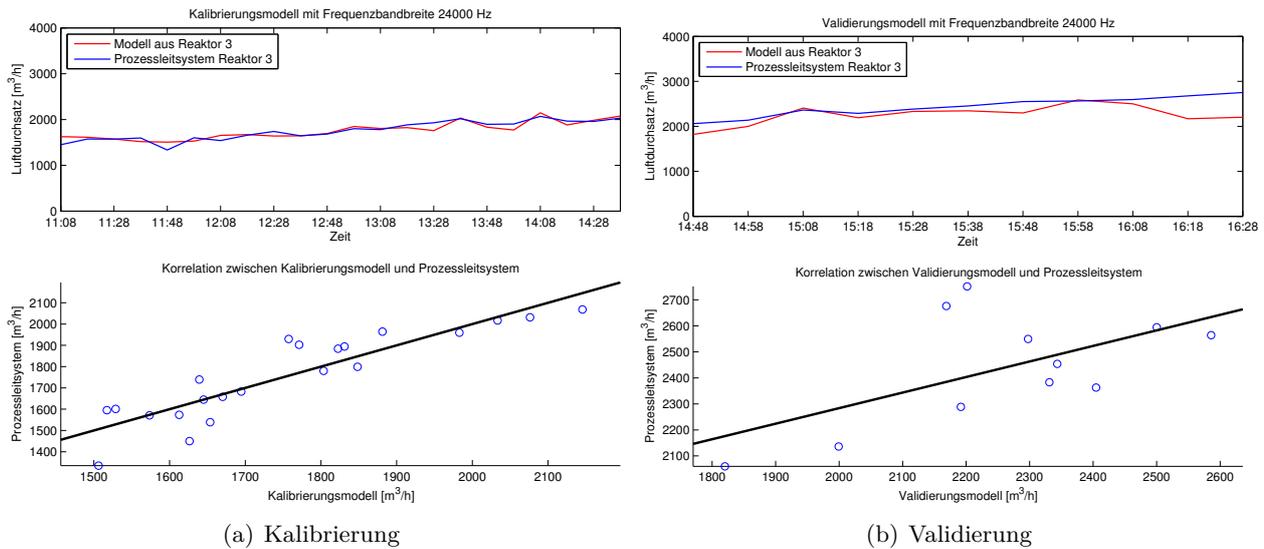


Abbildung 3.2.: 10 Hz Frequenzbandbreite zur Erstellung der Modelle beruhend auf den Daten des Reaktors 5 und angewandt auf Reaktor 5. Das Kalibrierungs- bzw. Validierungsmodell weist einen Korrelationskoeffizienten von 1.00 bzw. 0.82 auf.



(a) Kalibrierung

(b) Validierung

Abbildung 3.3.: 24'000 Hz Frequenzbandbreite zur Erstellung der Modelle beruhend auf den Daten des Reaktors 3 und angewandt auf Reaktor 3. Das Kalibrierungsmodell hat einen Korrelationskoeffizienten von 0.90 und Validierungsmodell einen von 0.60.

3.2. Modelle für Reaktor 3

Um die Übertragbarkeit der Methode zur Modellentwicklung zu überprüfen, wird ein Modell für einen anderen Reaktor, den Reaktor 3 des Belebungsbeckens 2, erstellt. Dazu steht nur eine kurze Messkampagne für den Reaktor 3, welche am 9. Dezember 2013 von 11:08:00 bis 16:28:00 aufgenommen wurde, zur Verfügung. Die ersten zwei Drittel der Daten bis zum Messpunkt um 14:38:00 werden zur Erstellung und Kalibrierung des Modells verwendet. Die Validierung des erstellten Modells erfolgt mit dem übrigen Drittel der Daten.

In Abbildung 3.3 für eine Frequenzbandbreite von 24'000 Hz sind das Kalibrierungs- und das Validierungsmodell dargestellt. Das Kalibrierungsmodell weist einen Korrelationskoeffizienten von 0.90 auf. Demgegenüber hat das Modell zur Validierung einen Korrelationskoeffizienten von 0.60. Für die Modelle bezüglich einer Frequenzbandbreite von 10 Hz ergibt sich einen Korrelationskoeffizienten von 1.00 für das Kalibrierungs- und einen von 0.54 für das Validierungsmodell (Abbildung 3.4).

3.3. ANWENDUNG DER MODELLE DES REAKTORS 5 AUF REAKTOR 3

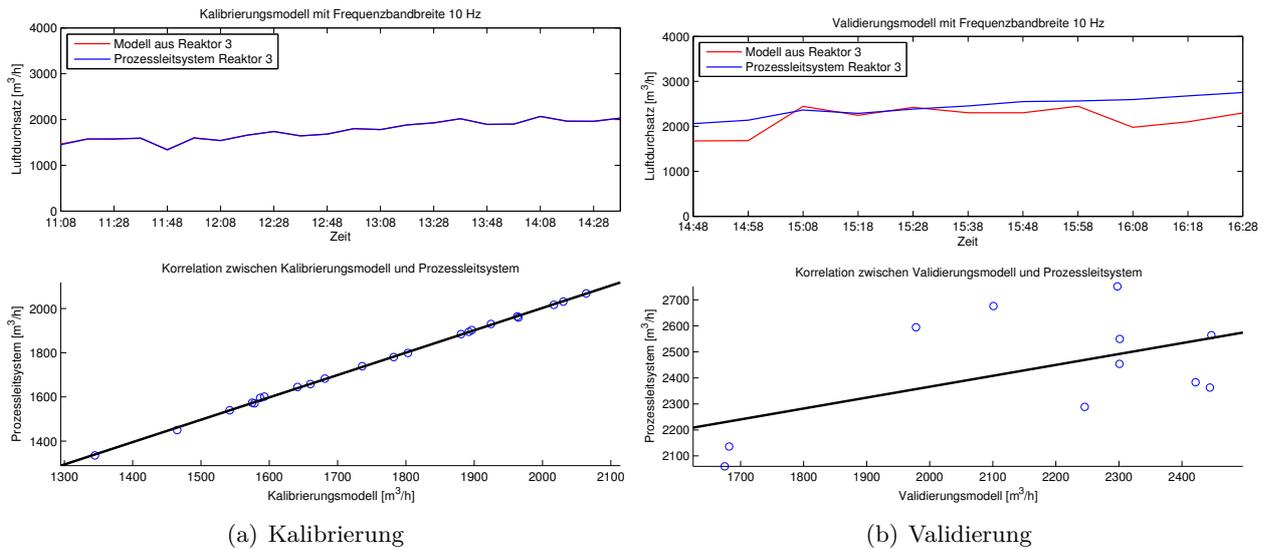


Abbildung 3.4.: 10 Hz Frequenzbandbreite zur Erstellung der Modelle beruhend auf den Daten des Reaktors 3 und angewandt auf Reaktor 3. Der Korrelationskoeffizient beträgt 1.00 bzw. 0.54 für das Kalibrierungs- bzw. Validierungsmodell.

3.3. Anwendung der Modelle des Reaktors 5 auf Reaktor 3

Es wird das in Kapitel 3.1 für Reaktor 5 erstellte Modell auf die Daten des Reaktors 3 angewendet und mit dem Luftdurchsatz des Prozessleitsystems verglichen. Dies dient zur Untersuchung, ob ein erstelltes Modell für jeden Reaktor neu kalibriert werden muss oder nicht. Man betrachte erneut ein Modell, für das eine Frequenzbandbreite von 24'000 Hz benutzt wird (Abbildung 3.5). Der Korrelationskoeffizient beträgt 0.90 für das Kalibrierungs- sowie 0.60 für Validierungsmodell. Zudem sind in Abbildung 3.6 das Kalibrierungsmodell und dessen Validierungsmodell für eine Frequenzbandbreite von 10 Hz dargestellt. Das Modell der Kalibrierung hat einen Korrelationskoeffizienten von 0.53 und dasjenige der Validierung einen von 0.07.

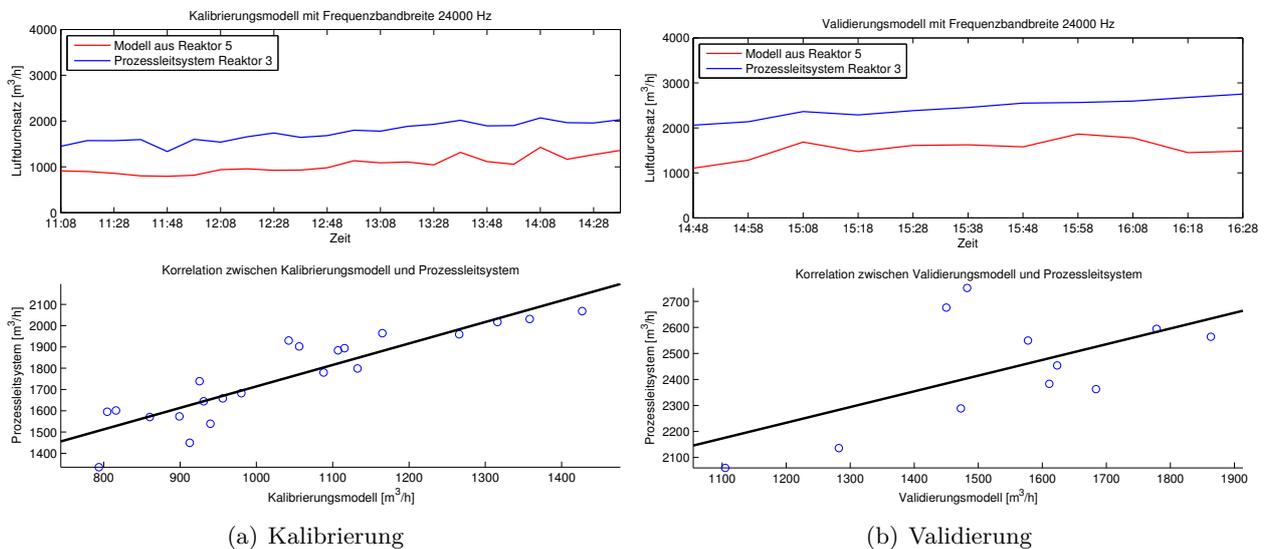


Abbildung 3.5.: 24'000 Hz Frequenzbandbreite zur Erstellung des Modells beruhend auf Daten des Reaktors 5, angewendet auf die Daten des Reaktors 3. Die Korrelationskoeffizient bezüglich des Kalibrierungsmodells ist 0.90 und für das Validierungsmodell 0.60.

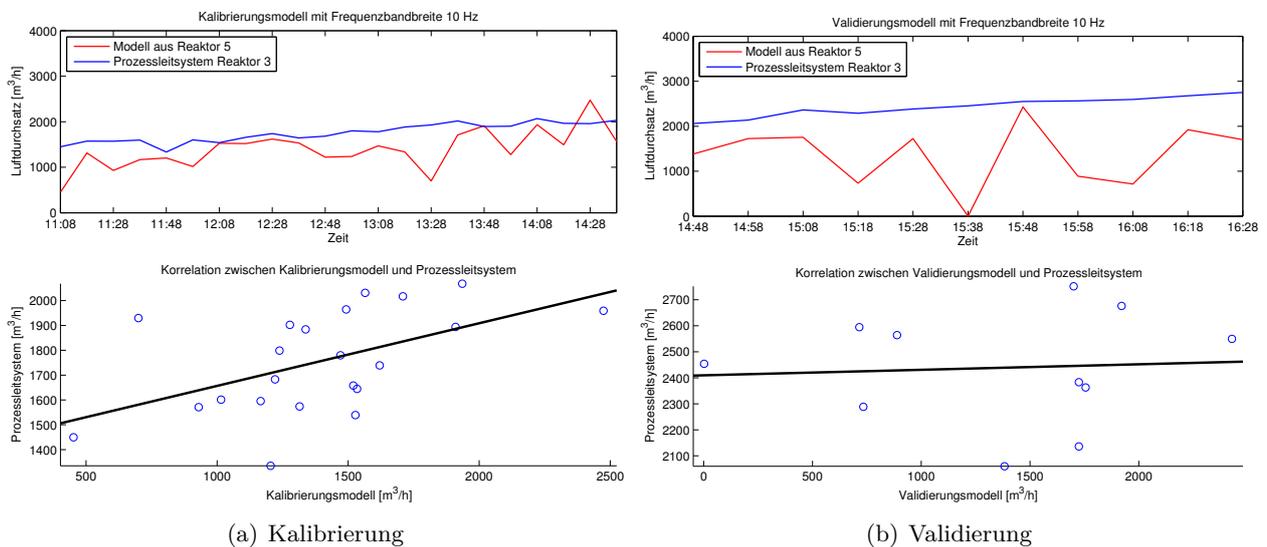
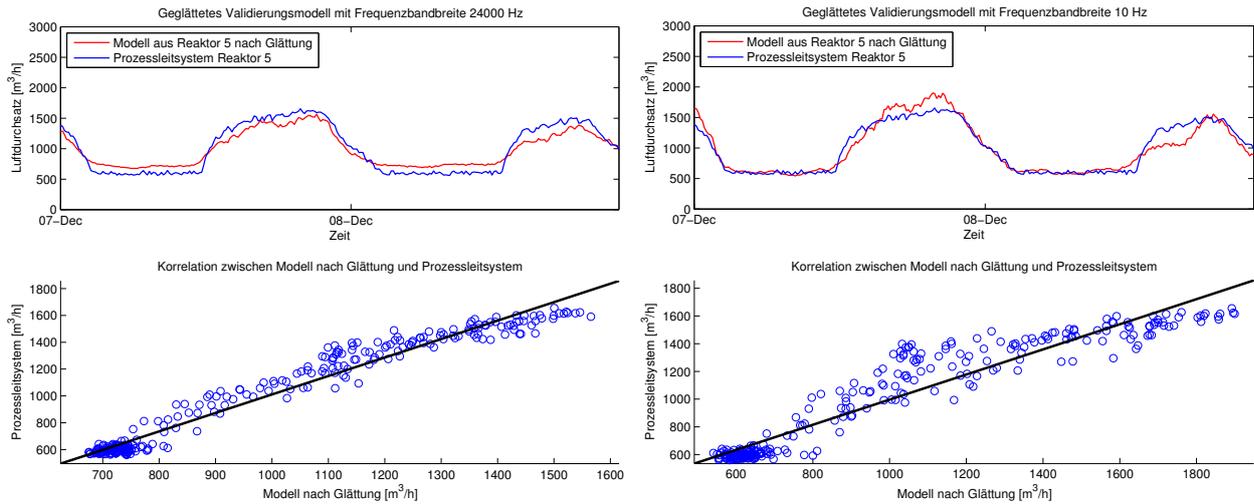


Abbildung 3.6.: 10 Hz Frequenzbandbreite zur Erstellung des Modells beruhend auf Daten des Reaktors 5 angewendet auf die Daten des Reaktors 3. Beim Kalibrierungs- bzw. Validierungsmodell ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von 0.53 bzw. 0.07.

3.4. Glättung der Modelle für Reaktor 5

In Kapitel 3.1 sind die Kalibrierungs- und die Validierungsmodelle für den Reaktor 5 des Belebungsbeckens 2 dargestellt, dabei auffallend ist der zickzackartige Gang des Validierungsmodells. Um diesen zu unterbinden wird eine Glättung, in Form einer gleitenden Mittelung (A.2), vorgenommen. Dadurch soll in Abbildung 3.7 der eigentliche Verlauf des Modells ohne den Einfluss der Störung ersichtlich werden.



(a) Geglättetes Modell mit 24'000 Hz Frequenzbandbreite (b) Geglättetes Modell mit 10 Hz Frequenzbandbreite

Abbildung 3.7.: Mit gleitendem Mittelwert geglättete Validierungsmodelle des Reaktors 5. Die Korrelationskoeffizienten des Modells beruhend auf 24'000 Hz bzw. 10 Hz Frequenzbandbreite betragen 0.98 bzw. 0.95.

4. Diskussion

Die Messreihe des Reaktors 5 des Belebungsbeckens beruht auf 720 Aufnahmen vom 4. Dezember 2013, 00:08:00, bis 8. Dezember 2013, 23:58:00. Im Gegensatz dazu sind bei der Messreihe des Reaktors 3 des gleichen Belebungsbeckens nur 33 Aufnahmen vorhanden. Daher wird der Fokus auf die Ergebnisse des Reaktors 5 gelegt, weil sie mit mehr Daten abgestützt werden können.

4.1. Exaktheit der Modelle

Für die Modelle des Reaktors 5 (Kapitel 3.1) sowie des Reaktors 3 (Kapitel 3.2) wird eine bessere Kalibrierung mit der kleineren Frequenzbandbreite von 10 Hz erreicht. Dies äussert sich in einem höheren Korrelationskoeffizienten, z.B. 1.00 statt 0.84 für das Kalibrierungsmodell von Reaktor 5. Dies ist darauf zurückzuführen, dass im Gegensatz zu lediglich einem Regressionskoeffizienten für das auf 24'000 Hz Frequenzbandbreite beruhende Modell, 2'400 Koeffizienten zur Regression genutzt und optimiert werden können. Über einen zusätzlichen Rechenaufwand hinaus hat dies eine sensiblere Reaktion der 10 Hz Modelle auf Störeinflüsse zur Folge. Daraus resultiert ein schlechterer Korrelationskoeffizient für das Validierungsmodell, und zwar 0.82 statt 0.86 (Kapitel 3.1). Diese Störeinflüsse stammen wahrscheinlich von einem Rauschen, das bereits in den Amplitudenspektren (Abbildung 2.6) sichtbar ist. Es beeinflusst die Modelle, wodurch ein zickzackartiger Verlauf der Validierungsmodelle hervorgerufen wird. Jedoch wird die eigentliche Tendenz des Verlaufs des Luftdurchsatzes von beiden Modellen, sowohl von demjenigen mit 24'000 Hz als auch jenem von 10 Hz, gut erfasst. Bei tiefen Luftdurchsatzwerten um $600\text{m}^3/h$ kommt es zu einer generellen Überschätzung durch das Modell, ersichtlich in Abbildung 3.3. Trotz allem sind Modelle mit grosser Frequenzbandbreite, z.B. 24'000 Hz, träger und somit auch stabiler als solche mit kleinen Frequenzbandbreiten von bspw. 10 Hz. Bei der Betrachtung der Regressionsmatrix kann keine bestimmte Tendenz bezüglich der Relevanz der Frequenzbereiche bestimmt werden.

4.2. Übertragbarkeit der Methode zur Entwicklung der Modelle

Die für den Reaktor 5 angewandte Methode zur Entwicklung der Modelle lässt sich auf andere Reaktoren übertragen. Dieselbe Methode findet Anwendung bei der Erstellung der Modelle des Reaktors 3 (Kapitel 3.2). Einerseits sind die Korrelationskoeffizienten der Kalibrierung mit 0.90 für das mit 24'000 Hz erstellte Modell und 1.00 für das mit 10 Hz erstellte Modell ungefähr gleich wie

für den Reaktor 5, was eine erfolgreiche Kalibrierung der Modelle bestätigt. Andererseits weisen die Korrelationskoeffizienten der Validierung für beide Modelle schlechtere Werte von 0.60 bzw. 0.54 auf. Dies lässt sich vermutlich auf die Verwendung der kürzeren Messreihe zurückführen. Denn bei dieser sind die bei den Validierungsmodellen erreichten Werte von über $2000 \text{ m}^3/\text{h}$ nicht vorhanden. Daher sollte eine Messreihe von genügender Länge, die auch die unterschiedlichen Tagesgänge abdeckt, zur Verfügung stehen, um eine geeignete Kalibrierung durchzuführen. Folglich handelt es sich um eine reaktorunabhängige Methode zur Entwicklung der Modelle.

4.3. Notwendigkeit der Kalibrierung einzelner Reaktoren

Die Abbildungen des Kapitels 3.3 zeigen, dass für jeden Reaktor die Modelle einzeln kalibriert werden müssen. In den Kalibrierungsmodellen des Kapitels 3.3 stimmt der Verlauf der Modelle nicht mit dem Verlauf des Luftdurchsatzes überein. Dabei weist das mit $24'000 \text{ Hz}$ erstellte Modell einen ähnlichen, beinahe parallelen Verlauf wie der Luftdurchsatz auf, was sich in einem Korrelationskoeffizienten von 0.90 äussert. Dieser Wert wirkt nach ersterer Betrachtung positiv, wird aber durch die Unterschreitung des Luftdurchsatzes um ca. $500 \text{ m}^3/\text{h}$ durch das Modell entkräftet. Bei mangelhafter Kalibrierung ist eine ungenügende Validität die Folge. Daher muss für jeden einzelnen Reaktor eine Kalibrierung vor Ort durchgeführt werden, um reaktorspezifischen Eigenschaften wie Beckengeometrie, Dichte der Belüftungselemente, etc. zu erfassen.

4.4. Glättung der Modelle

Da die ungeglätteten Validierungsmodelle des Reaktors 5 in Kapitel 3.1 dem Gang des Luftdurchsatzes folgen, aber einen zickzackartigen Gang aufweisen, wird dieser geglättet. Dazu wird eine gleitende Mittelung auf die Validierungsmodelle angewandt (Abbildung 3.7). Die Verbesserung ist für beide verwendeten Frequenzbandbreiten deutlich, so ist der Korrelationskoeffizient für das $24'000 \text{ Hz}$ Modell 0.98 statt 0.86, und 0.95 statt 0.82 für das 10 Hz Modell. Durch die Glättung ist der eigentliche Verlauf des Modells besser erkennbar. Das auf 10 Hz beruhende Modell folgt bei tiefem Luftdurchsatz um $600 \text{ m}^3/\text{h}$ exakter dessen Verlauf, aber weicht sowohl bei höheren Luftdurchsätzen ab als auch ist es anfälliger auf Störungen. Demgegenüber steht das auf $24'000 \text{ Hz}$ Frequenzbandbreite aufgebaute Modell, dass robuster gegenüber Störungen ist und dem Verlauf gleichmässiger folgt. Einerseits überschätzt es die tiefen Luftdurchsätze um etwa $100 \text{ m}^3/\text{h}$ und andererseits unterschätzt es die höheren Luftdurchsätzen um den gleichen Wert. Diese Glättung ist keine absolute Lösung, sondern soll eine von vielen Möglichkeiten zur Modelloptimierung aufzeigen. Besser wäre es, die vermutliche Ursache, gemeint ist das Rauschen, das in den Amplituden-Spektren (Abbildung 2.6) auftritt, durch einen geeigneten Filter, wie im Buch [Proakis and Ingle, 2006] erwähnt, zu entfernen.

4.5. Praxistauglichkeit

Der Rechenaufwand ist für ein Modell mit grosser Frequenzbandbreite relativ gering, aber steigt mit deren Verkleinerung deutlich an. Ein Hindernis für die Umsetzung in der Praxis ist, dass für jeden einzelnen Reaktor ein spezifisches Modell erstellt und kalibriert werden muss. Dazu muss anhand anderer Messmethoden der quantitative Luftdurchsatz für jeden Reaktor bestimmt werden. Zudem ist unklar, ob das Hydrophon vorwiegend lokal misst oder den ganzen Reaktor abdeckt.

Bei einer Kläranlage erfolgt die Gebläseregelung zur Belüftung entweder über die O_2 -Sonde direkt oder indirekt über eine Druckregelung, die den Kollektordruck bei allen Biologiestrassen versucht konstant zu halten. Bei der Kollektorrösung übernimmt die O_2 -Sonde die Regelung des Lufteintrages in den Reaktor über das Regelorgan, entweder ein gesteuerter Schieber oder eine gesteuerte Blende. Da die Hydrophone nicht auf Verblendung reagieren, was normalerweise die O_2 -Sonden tun und dadurch einen erhöhten Luftdurchsatz anfordern, kann mit ihnen der Regelungsprozess überwacht und unterstützt werden. Deshalb könnte durch die Anwendung eines funktionierenden Modells der tatsächliche Eintrag des Luftdurchsatzes in den Reaktor bestimmt und mit dem SOLL-Wert des Prozessleitsystems verglichen werden. Bei einer zu starken Abweichung könnte das Lufteintragsorgan übersteuert werden (Abbildung 4.1).

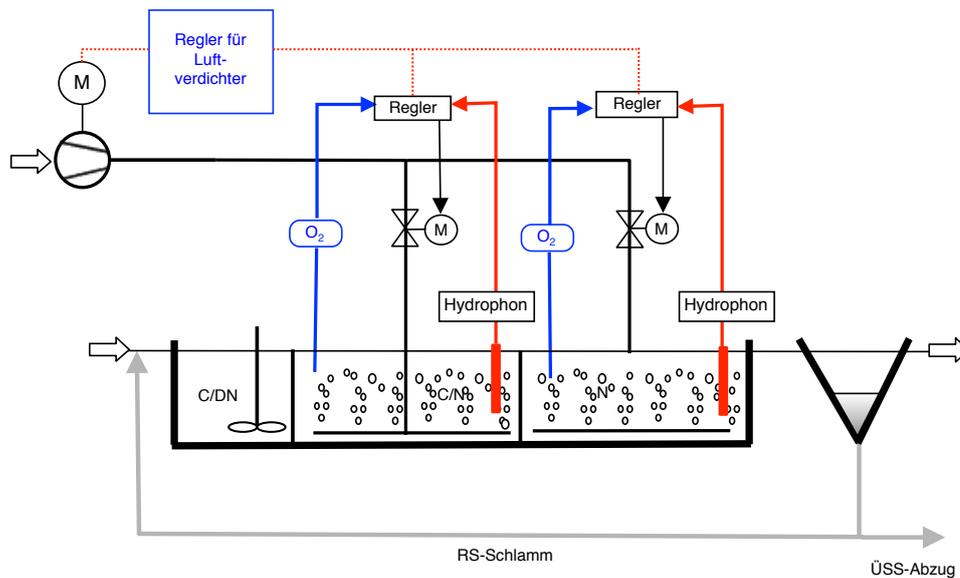


Abbildung 4.1.: Mögliches Regelungsschema mit Hydrophon als unterstützendes bzw. überwachendes Elements des Lufteintrags.

5. Schlussfolgerung und Ausblick

Anhand der erstellten Modelle kann gezeigt werden, dass die akustische Kulisse eines Reaktors in einem Belebungsbecken einen Rückschluss auf seinen quantitativen Luftdurchsatz geben kann. Dies erschliesst sich aus gleichen Tendenzen der Modelle bezüglich des Tagesgangs des Luftdurchsatzes des Prozessleitsystems. Es ist anzumerken, dass die Modelle noch viele Abweichungen aufweisen, weshalb sie als zuverlässige Auswertungsmethode nicht vollständig überzeugen. Eine weitere Verbesserung ist notwendig. Eine exaktere Kalibrierung des Modells wird zwar durch die Wahl eines kleineren Frequenzbandes ermöglicht, die Validierung des Modells fällt dadurch aber nicht besser aus. Im Gegenteil: Die Modelle mit einer grösseren Frequenzbandbreite sind resistenter gegenüber Störfaktoren, da sie nicht so sensibel reagieren. Eine Übertragbarkeit der Methode zur Erstellung des Modells ist nur dann gewährleistet, wenn die Modelle für jeden Reaktor einzeln vor Ort kalibriert werden. Das ist ein Hindernis für die Anwendung in der Praxis, da eine weitere Messung, welche den Durchsatz bestimmt, notwendig wird. Erst die Durchführung dieser Messung ermöglicht die anschliessende Kalibrierung der Modelle. Die Messreihe sollte von genügender Länge sein, um optimal kalibrieren zu können, was durch die Erfassung möglichst vieler unterschiedlicher, aber realistischer Tagesgänge des Luftdurchsatzes sichergestellt wird.

Um die Modelle zu verbessern, ist es entscheidend, den Prozess der Erzeugung von Schall durch Lufteintrag, wie er beeinflusst wird und wie viel davon vom Hydrophon erfasst wird, besser zu verstehen. Es bleibt abzuklären, ob die Methode nur die sich in unmittelbarer Nähe des Hydrophons befindenden Geräusche erfasst und analysiert. Dies hätte zur Folge, dass die Modelle vorwiegend lokal agieren, und deshalb nicht den Luftdurchsatz eines gesamten Reaktors repräsentieren. Allenfalls wäre es möglich mit einer akustischen Analyse Belüftungselemente mit beschädigten Membranen zu identifizieren. Da diese grössere Blasen erzeugen, wird der Sauerstofftransferkoeffizient erheblich beeinträchtigt. Ausserdem sollten mögliche Einflussfaktoren auf die Modelle genauer abgeklärt werden, so z.B. Ereignisse von kürzerer Dauer wie Schwankungen von Pegelständen und Variation der Frachten, wie auch saisonale Einflüsse in Form von Temperaturveränderungen.

Das Hydrophon ist ein robustes Messgerät mit geringem Wartungsaufwand, das nicht auf Verblindungen reagiert. Dies ist bei den O_2 -Sonden der Fall, welche aus diesem Grund eine erhöhten Lufteintrag anfordern. Daher würde das Hydrophon sich zusammen mit einem validen Modell als ein unterstützendes bzw. überwachendes Element zur Optimierung des Sauerstoffeintrags eignen.

Literaturverzeichnis

Willi Gujer. *Siedlungswasserwirtschaft*. Springer London, Limited, 2007.

EPA. Wastewater technology fact sheet fine bubble aeration. 1999. URL http://water.epa.gov/scitech/wastetech/upload/2002_06_28_mtb_fine.pdf.

T. Butz. *Fourier Transformation for Pedestrians*. Springer, 2006.

G.D. White. *Introduction to Machine Vibration*. DLI Engineering Corporation, 1997.

Kihong Shin and Prof Joseph Hammond. *Fundamentals of Signal Processing for Sound and Vibration Engineers*. Wiley, 2008.

Brian Storey. Computing fourier series and power spectrum with matlab. 2002.

Morten Arendt Rasmussen and Rasmus Bro. A tutorial on the lasso approach to sparse modeling. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 119:21 – 31, 2012. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169743912001967>.

J.G. Proakis and V.K. Ingle. *Student manual for digital signal processing with MATLAB*. Pearson/Prentice Hall, 2006.

A. Anhang

A.1. Methoden

Bestimmung des Grenzwertes für das Reprocessing

Der Grenzwert wird als maximaler Wert des $|\frac{dy}{dt}|$ innerhalb eines Zeitintervalls, währenddessen keine Luftblase direkt auf das Hydrophon trifft, definiert. In Abbildung A.1 ist auf der linken Seite die Auswahl des Zeitintervalls und auf der rechten Seite die Definition des maximalen Werts als Grenzwert dargestellt. Das Reprocessing benötigt den Grenzwert zur Identifizierung von Ausreißern, um diese durch Interpolation zu entfernen.

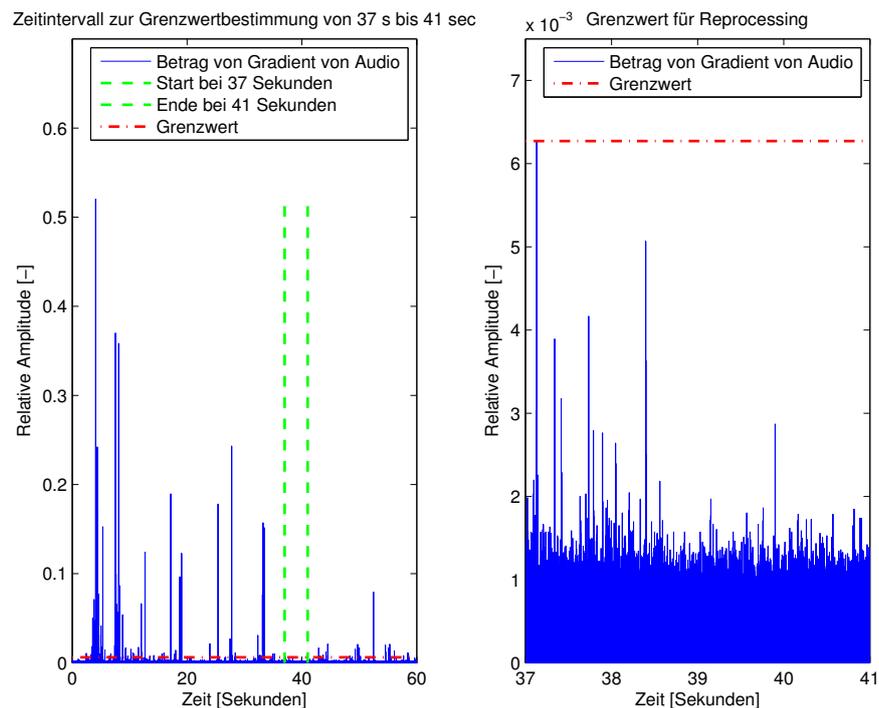


Abbildung A.1.: *Links:* Auswahl vom Zeitintervall, wo keine Luftblase auf das Hydrophon trifft. Zu allen Zeitpunkten mit Werten oberhalb des definierten Grenzwerts, werden interpoliert.
Rechts: Der Grenzwert wird als Maximum der Werte innerhalb des ausgewählten Zeitintervalls definiert.

Wahl der Frequenzbandbreite

Je nach gewählter Frequenzbandbreite d erhält man eine spezifische Zahl n an Kennwerten. Mit kleiner Frequenzbandbreite kann zwar das Amplituden-Spektrum genauer charakterisiert werden, jedoch steigt der Rechenaufwand erheblich an. In Tabelle A.1 sind die verschiedenen Frequenzbandbreiten aufgelistet für die jeweils Modelle erstellt worden sind.

Tabelle A.1.: Gewählte Frequenzbandbreite d , daraus resultierende Anzahl n an Frequenzbändern, dementsprechend Kennwerte x_1, x_2, \dots, x_n .

Frequenzbandbreite d	n Anzahl Frequenzbänder	Kennwerte x_i
24'000 Hz	1	x_1
12'000 Hz	2	x_1, x_2
8'000 Hz	3	x_1, x_2, x_3
4'000 Hz	6	x_1, x_2, \dots, x_6
2'000 Hz	12	x_1, x_2, \dots, x_{12}
1'000 Hz	24	x_1, x_2, \dots, x_{24}
500 Hz	48	x_1, x_2, \dots, x_{48}
200 Hz	120	x_1, x_2, \dots, x_{120}
100 Hz	240	x_1, x_2, \dots, x_{240}
50 Hz	480	x_1, x_2, \dots, x_{480}
20 Hz	1'200	$x_1, x_2, \dots, x_{1200}$
10 Hz	2'400	$x_1, x_2, \dots, x_{2400}$

A.2. Ergebnisse

Pearsonscher Korrelationskoeffizient

Der Pearsonsche Korrelationskoeffizient r_{xy} ist die standardisierte Kovarianz. Seine Bestimmung in MATLAB¹ erfolgt mit Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, dies dient der Überprüfung, ob der Korrelationskoeffizient signifikant ist.

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (\text{A.1})$$

¹<http://www.mathworks.ch/ch/help/matlab/ref/corrcoef.html>

Glättung durch gleitendes Mittel

Diese Art von gleitender Mittelung wird zur Glättung der Validierungsmodelle verwendet. Sie dient nur zur Veranschaulichung der Modelle, aber stellt keine Lösung des eigentlichen Problems, zickzackartigen Verlauf, dar. Besser sollte das störende Rauschen in den Amplituden-Spektren (Abbildung 2.6) durch einen passenden Filter entfernt werden, siehe dazu [Proakis and Ingle, 2006].

Zur Glättung des Validierungsmodells berechnet sich der Wert an i -ter Stelle m_i gemäss (A.2), wobei $f = 5$ gesetzt wird.

$$m_i(f) = \frac{1}{2f + 1} \sum_{k=i-f}^{i+f} m_k \quad (\text{A.2})$$

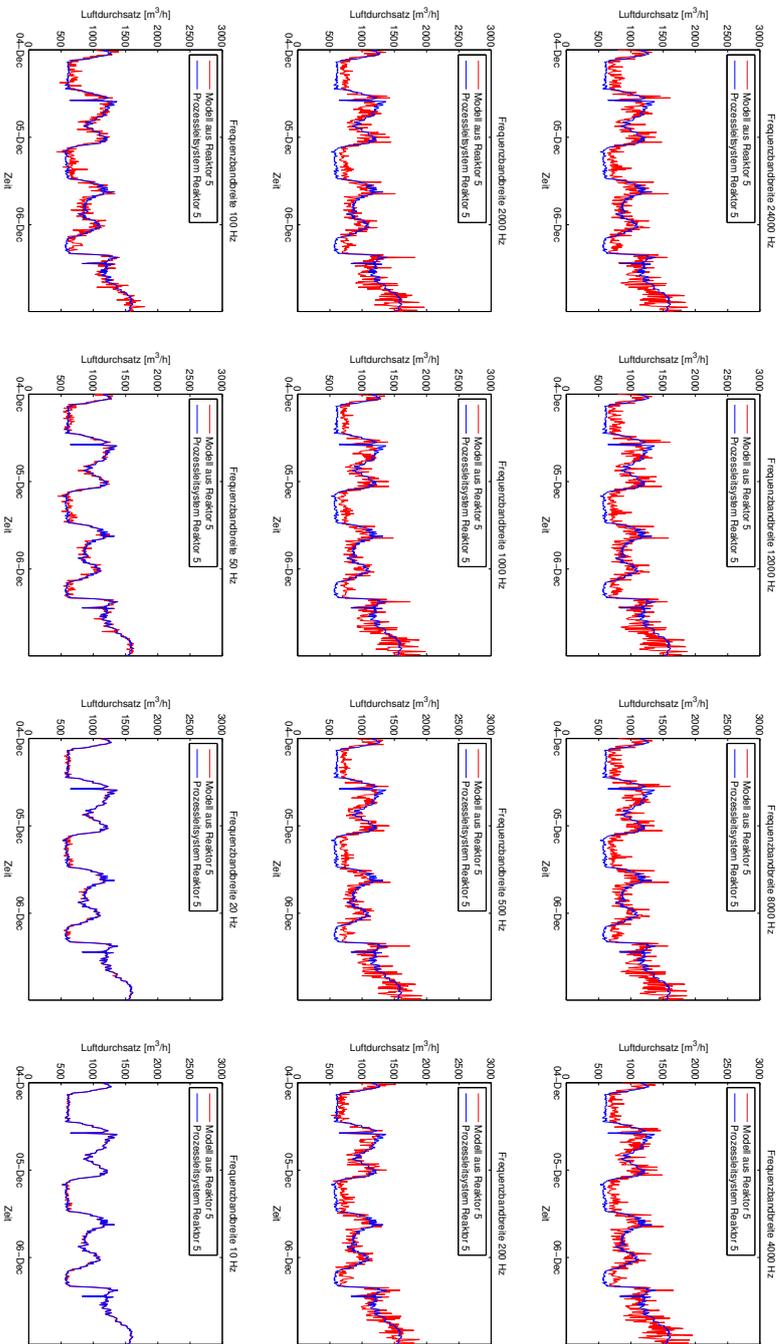


Abbildung A.2.: Die Kalibrierungsmodelle des Reaktors 5 des Belebungsbeckens 2 werden massgeblich durch die Varianz der Frequenzbandbreite beeinflusst. Durch ihre Verkleinerung wird eine exaktere Kalibrierung erreicht.

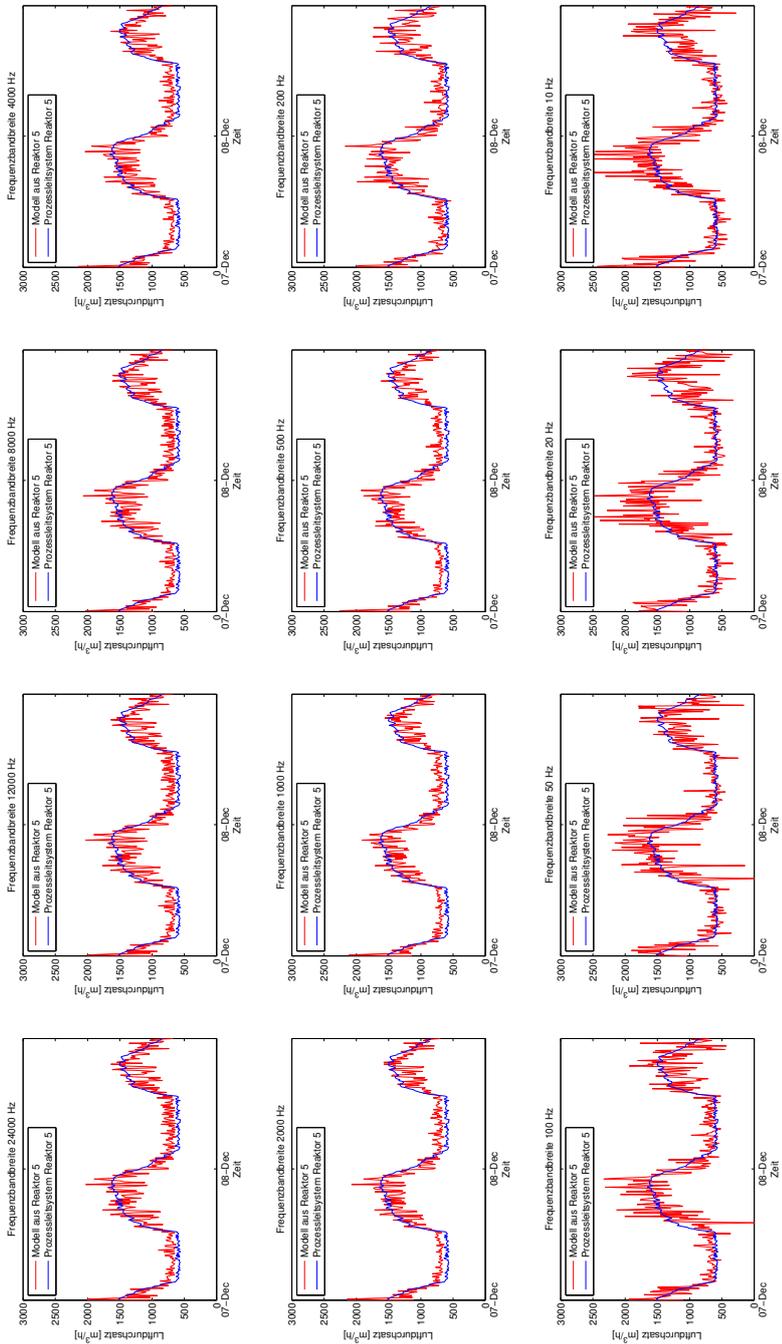


Abbildung A.3.: Die Validierungsmodelle des Reaktors 5 des Belebungsbeckens 2 verändern sich jeweils für eine unterschiedliche Frequenzbandbreite. So sind die Modelle ab etwa 4'000 Hz anfälliger auf Störungen, was sich in größeren Abweichungen äußert.